

# REAĽNÁ FUNKCE JEDNÉ REAĽNÉ PROMĚNNÉ

## FUNKCE A JEJÍ GRAF

**Definice:** Řekneme, že funkčním předpisem  $y = f(x)$  je určena reálná funkce  $f$  jedné reálné proměnné  $x$ , jestliže

- je dán obor  $A \subseteq \mathbb{R}$ , přípustných reálných hodnot nezávisle proměnné  $x$ ,
- každému  $x \in A$  je přiřazena právě jedna reálná hodnota závisle proměnné  $y$  podle funkčního předpisu  $y = f(x)$ .

$y = f(x)$  ... **explicitní zadání**  
např.  $f: y = x^2$  nebo  $f(x) = x^2$

$A = D(f)$  ... **definiční obor**

- pokud není definiční obor zadán, bereme **přirozený definiční obor** = množina všech reálných čísel, pro které má funkční předpis  $y = f(x)$  smysl

$f(A) = H(f)$  ... **obor funkčních hodnot**

Funkce  $f$  a  $g$  jsou si rovny, jestliže:

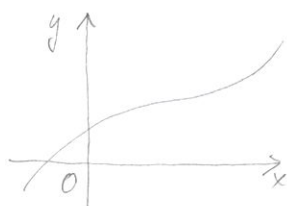
- $D(f) = D(g) = A$
- $f(x) = g(x) \quad \forall x \in A$

**Graf funkce** - znázornění funkce

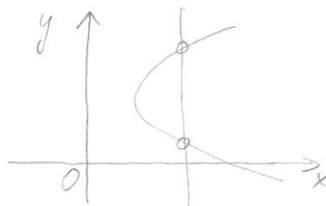
$$\{[x, y] \in \mathbb{R}_2; x \in D(f), y = f(x)\} = Gr f$$

- každá rovnoběžka s osou  $y$  protne graf funkce nejvýše v jednom bodě

- kartézská (pravoúhlá) soustava souřadnic  $\langle 0; x; y \rangle$



je graf fce



nemí graf fce

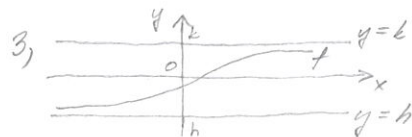
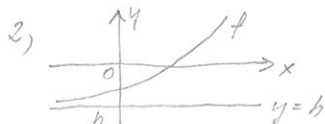
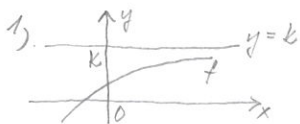
# ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI FUNKCÍ

$M \subseteq D(f)$  ...  $M$  má alespoň dva prvky

1)  $f$  je shora ohraničená na  $M$  -  $\exists k \in \mathbb{R}; f(x) \leq k \quad \forall x \in M$

2)  $f$  je zdola ohraničená na  $M$  -  $\exists h \in \mathbb{R}; f(x) \geq h \quad \forall x \in M$

3)  $f$  je ohraničená na  $M$  -  $\exists h, k \in \mathbb{R}; h \leq f(x) \leq k \quad \forall x \in M$

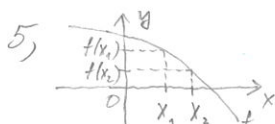
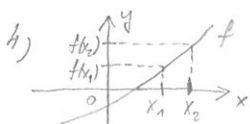


4)  $f$  je rostoucí na  $M$  -  $\forall x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2 : f(x_1) < f(x_2)$

5)  $f$  je klesající na  $M$  -  $\forall x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2 : f(x_1) > f(x_2)$

$\rightarrow f$  je ryze monotónní na  $M$

$\rightarrow f$  je prostá na  $M$  -  $\forall x_1, x_2 \in M, x_1 \neq x_2 : f(x_1) \neq f(x_2)$



- každá rovnoběžka s osou  $x$  protne graf prosté  $f$ ce nejvýše v jednom bodě!

6)  $f$  je neklesající na  $M$  -  $\forall x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2 : f(x_1) \leq f(x_2)$

7)  $f$  je nerostoucí na  $M$  -  $\forall x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2 : f(x_1) \geq f(x_2)$

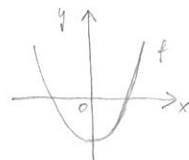
$\rightarrow f$  je monotónní na  $M$



8)  $f$  je sudá na  $M$  - 1.  $\forall x \in M$  také  $(-x) \in M$

2.  $\forall x \in M : f(-x) = f(x)$

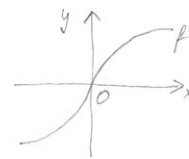
-  $M$  symetrická vzhledem k počátku  
graf symetrický vzhledem k ose  $y$



9)  $f$  je lichá na  $M$  - 1.  $\forall x \in M$  také  $(-x) \in M$

2.  $\forall x \in M : f(-x) = -f(x)$

-  $M$  symetrická vzhledem k počátku  
graf symetrický vzhledem k počátku



10)  $f$  je periodická na  $M$  -  $\exists p \in \mathbb{R}^+; 1. \forall x \in M$  také  $x \pm p \in M$

2.  $\forall x \in M : f(x+p) = f(x)$

-  $p$  ... perioda

